Bevezetés a matematikába, I. vizsga, 2004. december 22.

1. Elemezzük az alábbi szempontok szerint az $f(x) = \frac{2+x^2}{1+x^2}$ hozzárendeléssel megadott függvényt. Értelmezési tartomány, értékkészlet, növekedési viszonyok, szélsőértékek, határérték $\pm\infty$-ben, grafikon.

2. Számítsuk ki az alábbi határozott integrálokat:

$$\int_0^1 2xe^{-x} \qquad \int_0^{3\pi} \cos^2 x.$$

3. a) Adjuk meg az $(x, y) \to xe^{x+2y}$ hozzárendeléssel definiált $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ függvényre az $\partial_{12}f(x, y) + \partial_{22}f(x, y)$ értékét.
   b) Mutassunk olyan $u : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ függvényt, amelyre rot $u(x, y, z) = 0$ minden x, y, z esetén (azaz u rotációmentes), de u nem konstans.

4. Oldjuk meg a következő (differenciálegyenlet-rendszerre vonatkozó) kezdeti érték feladatot:

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= 5x_1(t) - 3x_2(t) \qquad & x_1(0) &= -1 \\ x_2'(t) &= 4x_2(t) - 2x_2(t), \qquad & x_2(0) &= -2. \end{aligned}$$

5. Mikor mondjuk egy A és B eseményre, hogy függetlenek? Vizsgáljuk meg ez alapján, hogy mikor lehet független egy A esemény önmagától.

6. Egy terméken azt tüntették fel, hogy tömege 250 gramm. Néhányat megvizsgálva közülük az alábbi tömegeket kapták (kg-ban):

$$0,249;\ 0,244;\ 0,243;\ 0,246;\ 0,251;\ 0,247;\ 0,247;\ 0,240;\ 0,246;\ 0,248;\ 0,245$$

   Feltételezve, hogy a mért tömegek normális eloszlást követnek, becsüljük meg ennek várható értékét, szórását, valamint azt, hogy mennyi a valószínűsége, hogy tényleg legalább 250 gramm a termék tömege.

Bevezetés a matematikába, I. vizsga, 2004. december 22.

1. Elemezzük az alábbi szempontok szerint az $f(x) = \frac{2+x^2}{1+x^2}$ hozzárendeléssel megadott függvényt. Értelmezési tartomány, értékkészlet, növekedési viszonyok, szélsőértékek, határérték $\pm\infty$-ben, grafikon.

2. Számítsuk ki az alábbi határozott integrálokat:

$$\int_0^1 2xe^{-x} \qquad \int_0^{3\pi} \cos^2 x.$$

3. a) Adjuk meg az $(x, y) \to xe^{x+2y}$ hozzárendeléssel definiált $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ függvényre az $\partial_{12}f(x, y) + \partial_{22}f(x, y)$ értékét.
   b) Mutassunk olyan $u : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ függvényt, amelyre rot $u(x, y, z) = 0$ minden x, y, z esetén (azaz u rotációmentes), de u nem konstans.

4. Oldjuk meg a következő (differenciálegyenlet-rendszerre vonatkozó) kezdeti érték feladatot:

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= 5x_1(t) - 3x_2(t) \qquad & x_1(0) &= -1 \\ x_2'(t) &= 4x_2(t) - 2x_2(t), \qquad & x_2(0) &= -2. \end{aligned}$$

5. Mikor mondjuk egy A és B eseményre, hogy függetlenek? Vizsgáljuk meg ez alapján, hogy mikor lehet független egy A esemény önmagától.

6. Egy terméken azt tüntették fel, hogy tömege 250 gramm. Néhányat megvizsgálva közülük az alábbi tömegeket kapták (kg-ban):

$$0,249;\ 0,244;\ 0,243;\ 0,246;\ 0,251;\ 0,247;\ 0,247;\ 0,240;\ 0,246;\ 0,248;\ 0,245$$

   Feltételezve, hogy a mért tömegek normális eloszlást követnek, becsüljük meg ennek várható értékét, szórását, valamint azt, hogy mennyi a valószínűsége, hogy tényleg legalább 250 gramm a termék tömege.